

Unidad I: Números

Tema: Números Racionales

1° Medio A – B – C – D – E – F – G



EDUCACIÓN
MEDIA



NORTH AMERICAN COLLEGE
HACIA UN FUTURO CON FE
BUILD YOUR FUTURE WITH FAITH



Objetivos

1. Ordenar números racionales en una recta numérica.
2. Reconocer las diferentes formas de escribir un número racional.
3. Realizar operaciones entre números racionales.

Ver:

<https://youtu.be/4LIBKApwQJg>



1. Números Racionales (\mathbb{Q})



Es un conjunto infinito, ordenado y denso, donde todos los números se pueden escribir como fracción, es decir:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \text{ y } b \text{ son enteros, y } b \neq 0 \right\}$$

a : numerador y b : denominador

Ejemplos:

2; 17; 0; -6; -45; $-\frac{1}{8}$; $\frac{14}{3}$; $-\frac{2}{7}$; 0,489; $2,\overline{18}$; $-0,6\overline{47}$

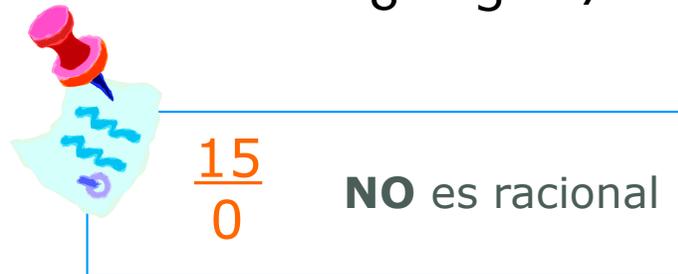
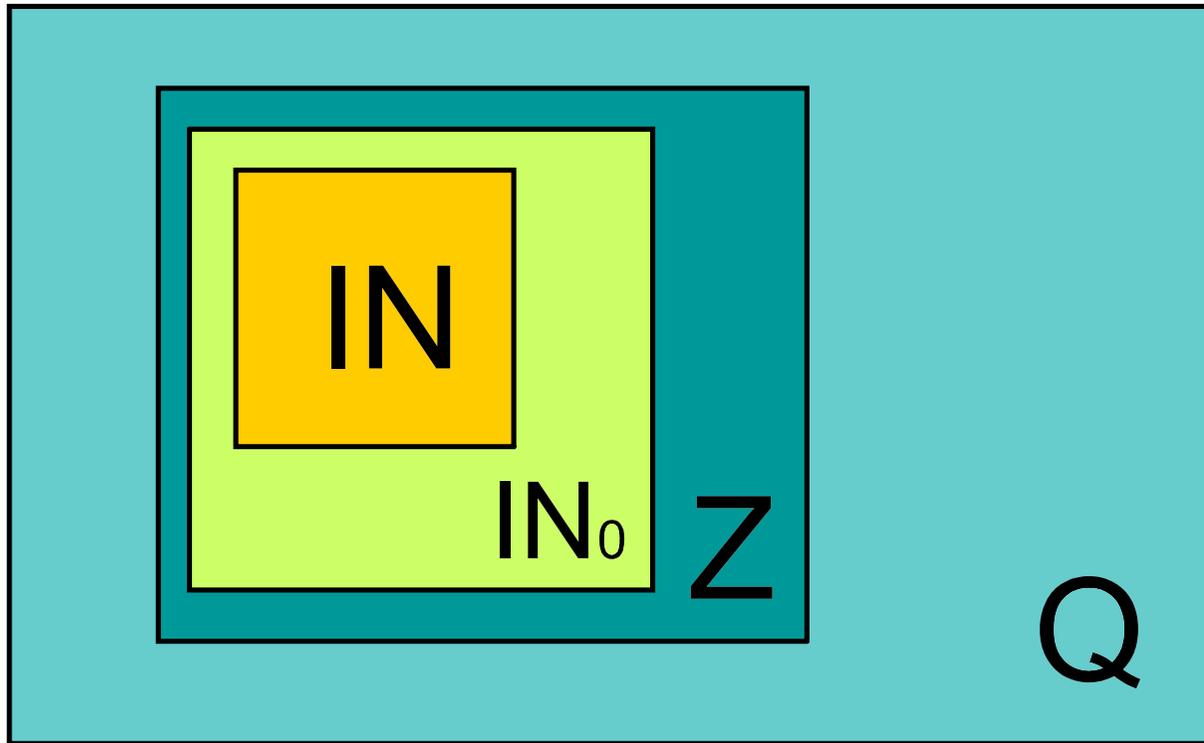




Diagrama representativo:



Como nomenclatura de conjuntos se tiene que:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}_0 \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$



Significa subconjunto
(Conjunto dentro de otro
conjunto)



Todo número entero es racional.

Por ejemplo:

3 es Natural ($3 \in \mathbb{N}$),

3 es Cardinal ($3 \in \mathbb{N}_0$),

3 es Entero ($3 \in \mathbb{Z}$), y como

$$3 = \frac{3}{1}, \text{ 3 es racional } (3 \in \mathbb{Q}).$$

Otros ejemplos:

$$\frac{5}{4} \in \mathbb{Q} \quad \frac{5}{4} \notin \mathbb{N} \quad -6 \in \mathbb{Q}$$



1.1 Propiedades de los racionales

- Las fracciones se pueden clasificar en:

Fracción propia, donde el numerador es menor que el denominador.

$$\longrightarrow \frac{2}{5}$$

Fracción impropia, donde el numerador es mayor que el denominador.

$$\longrightarrow \frac{7}{2}$$

Fracción Mixta, está compuesta de una parte entera y de otra fraccionaria.

$$\longrightarrow 2\frac{3}{5}$$

- Amplificar y simplificar fracciones

Amplificar una fracción, significa multiplicar, tanto el numerador como el denominador por un mismo número.

Ejemplo:

Al amplificar la fracción $\frac{2}{3}$ por 6 resulta:

$$\frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}$$



Simplificar una fracción, significa dividir, tanto el numerador como el denominador por un mismo número.

Ejemplo:

Al simplificar la fracción $\frac{27}{45}$ por 3 resulta:

$$\frac{27 : 3}{45 : 3} = \frac{9}{15}$$

- Inverso multiplicativo o recíproco de una fracción

Ejemplo:

El inverso multiplicativo, o recíproco de $\frac{2}{9}$ es: $\frac{9}{2}$



1.2 Transformación de números racionales

- De fracción a decimal:

Se divide el numerador por el denominador.

Ejemplo:

$$\frac{7}{4} = 7:4 = 1,75$$

- De decimal finito a fracción:

El numerador corresponde al número sin comas, y el denominador es una potencia de 10 que depende del número de decimales que tenga el número.

Ejemplo:

$$1,75 = \frac{175}{100} = \frac{25 \cdot 7}{25 \cdot 4} = \frac{7}{4}$$



- De un número decimal periódico a fracción:

1. El numerador de la fracción es la diferencia entre el número decimal completo, sin la coma, y la parte entera.
2. El denominador está formado por tantos nueves (9), como cifras tenga el período.

Ejemplo 1: $2,\overline{35} = \frac{235 - 2}{99} = \frac{233}{99}$

Ejemplo 2: $0,\overline{376} = \frac{376 - 0}{999} = \frac{376}{999}$



Nota: Se llama "período" al conjunto de dígitos que se repite indefinidamente.

$$2,\overline{35} = 2,35353535\dots$$

$$0,\overline{5} = 0,55555555\dots$$



- De un número decimal semi periódico a fracción:

1. El numerador de la fracción corresponde a la diferencia entre el número decimal completo, sin la coma; y la parte entera incluyendo las cifras del ante período.
2. El denominador queda formado por tantos nueves (9), como cifras tenga el período, y tantos ceros (0), como cifras tenga el ante período.

Ejemplo: $3,2\bar{1} = \frac{321-32}{90} = \frac{289}{90}$



Nota: Se llama "ante período" a los números que hay entre la coma decimal, y el período.

$$3,2\bar{1} = 3,21111111\dots$$



1.3 Comparación de fracciones

- Multiplicación cruzada:

Ejemplo:

Al comparar $\frac{13}{15}$ y $\frac{9}{10}$ (Multiplicando cruzado)

$$\begin{array}{r} 13 \cdot 10 \quad \text{y} \quad 15 \cdot 9 \\ 130 \quad \quad \text{y} \quad 135 \end{array}$$

Como $130 < 135$, entonces: $\frac{13}{15} < \frac{9}{10}$



- Igualando denominadores:

Ejemplo:

Al comparar $\frac{13}{15}$ y $\frac{7}{12}$ (Igualando denominadores)

$$\frac{13 \cdot 4}{15 \cdot 4} \quad \text{y} \quad \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5}$$

$$\frac{52}{60} \quad \text{y} \quad \frac{35}{60}$$

Como $52 > 35$, entonces $\frac{13}{15} > \frac{7}{12}$



- Transformar a decimal:

Ejemplo:

Al comparar $\frac{13}{15}$ y $\frac{7}{12}$ (Transformando a decimal)

$$\frac{13}{15} = 0,86666666...$$

$$\frac{7}{12} = 0,58333333...$$

Como $0,8\bar{6} > 0,58\bar{3}$, entonces $\frac{13}{15} > \frac{7}{12}$



- Igualando Numeradores:

Ejemplo:

Al comparar $\frac{10}{3}$ y $\frac{13}{4}$ (Multiplicamos ambos numeradores por un factor para obtener el m.c.m. entre 10 y 13 en este caso 130)

$$\frac{10 \cdot 13}{3 \cdot 13} \quad \text{y} \quad \frac{13 \cdot 10}{4 \cdot 10}$$

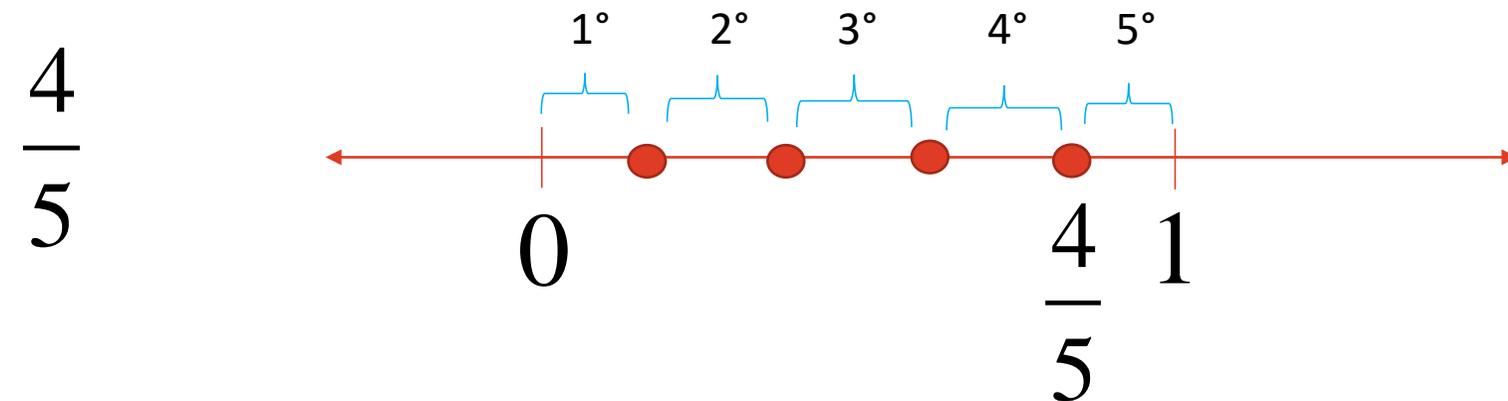
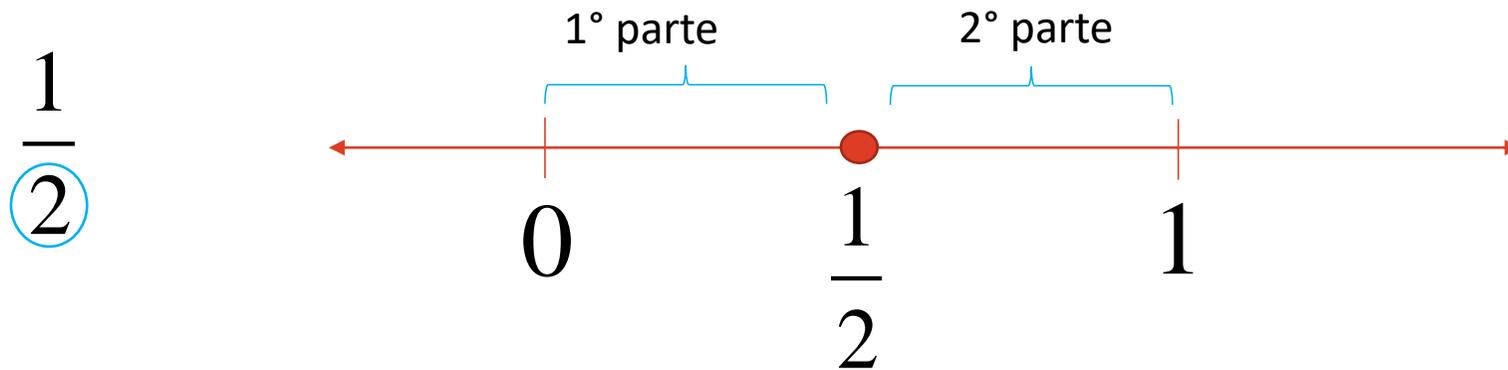
$$\frac{130}{39} \quad \text{y} \quad \frac{130}{40}$$

Por lo tanto, $\frac{10}{3}$ es mayor que $\frac{13}{4}$



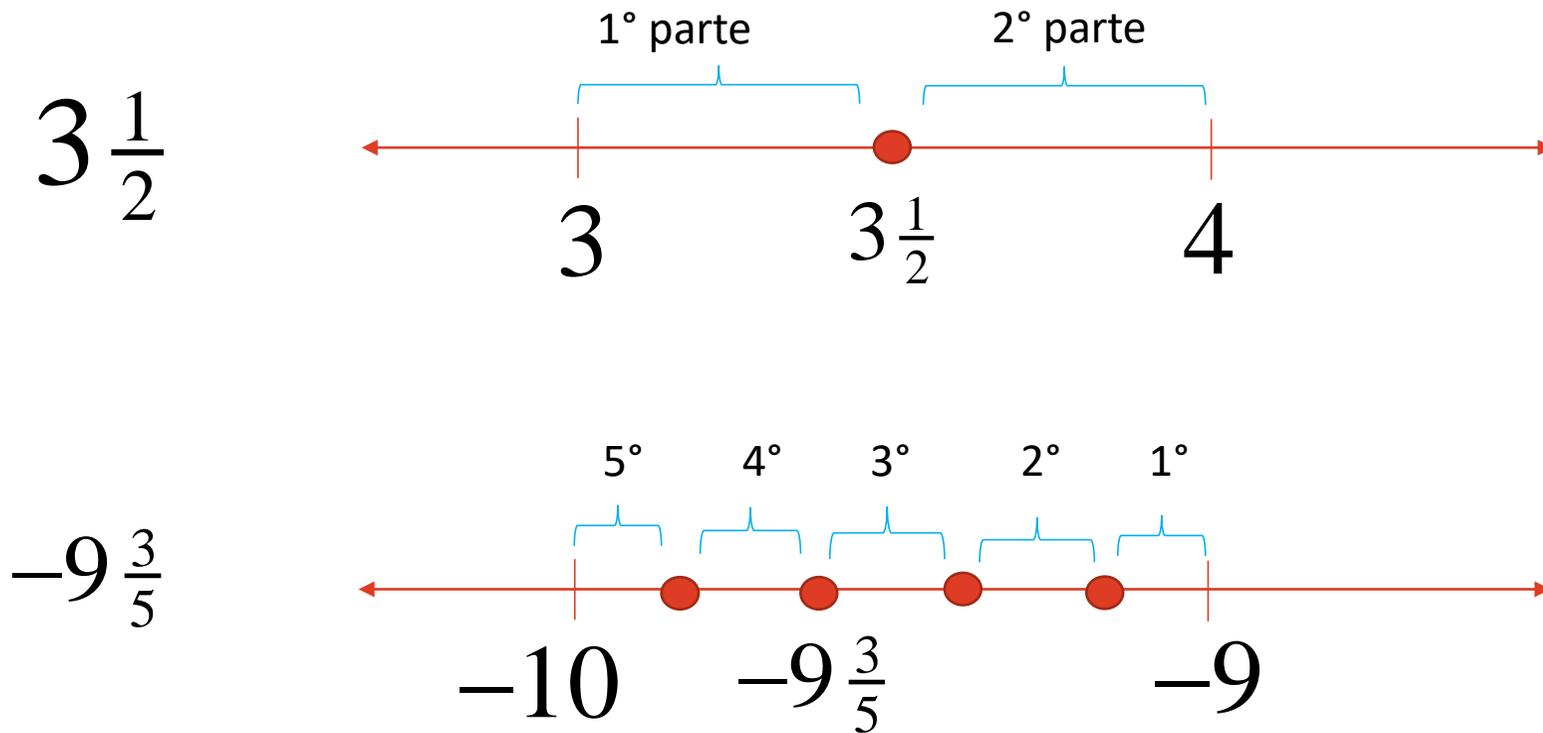
1.3 ¿Cómo ubicar números racionales en una recta numérica?

a) Ubicar fracciones propias en una recta numérica: Toda fracción impropia es un número entre 0 y 1. El denominador indica la cantidad de partes que hay que dividir el espacio entre 0 y 1, y el numerador indica la posición donde va el número.





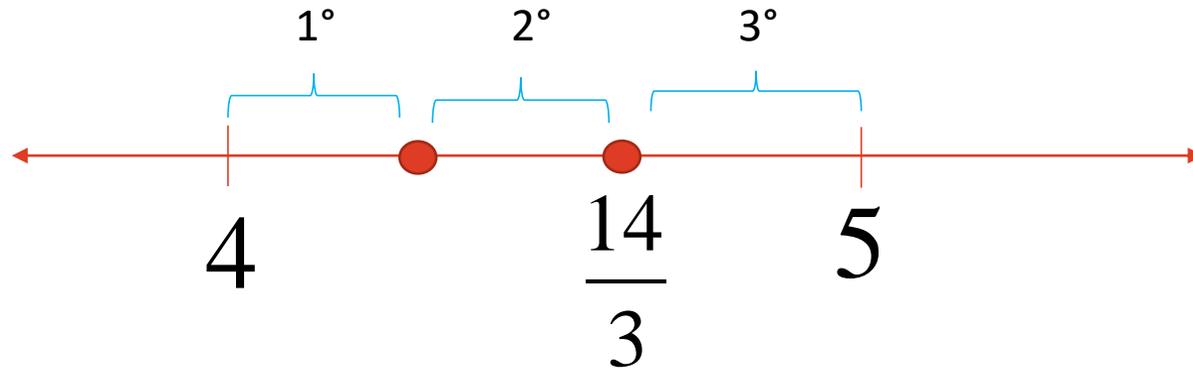
b) Ubicar fracciones mixtas en una recta numérica: Primero ubicas en la recta numérica el número entero, luego utilizas la técnica para ubicar la fracción propia.





c) Ubicar fracciones impropias en una recta numérica: Debes escribir el número como fracción mixta y luego ubicar en la recta numérica.

$$\frac{14}{3}$$



$$\left. \begin{array}{l} 14 : 3 = 4 \\ 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \frac{2}{3}$$

NOTA: PARA UBICAR UN NÚMERO DECIMAL EN UNA RECTA NUMÉRICA, PUEDES TRANSFORMARLA A FRACCIÓN Y LUEGO UBICAR.

Muchas Gracias



EDUCACIÓN
MEDIA



NORTH AMERICAN COLLEGE
HACIA UN FUTURO CON FE
BUILD YOUR FUTURE WITH FAITH